

#### 4 класс

1. В ящике с фруктами лежат яблоки и груши. Если положить туда еще 12 яблок, то их будет ровно вдвое больше, чем груш. Сколько груш нужно убрать из ящика, чтобы их стало ровно вдвое меньше, чем яблок?
2. Как-то раз в путешествии Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян обедали в трактире за круглым столом, заспорили, и каждый поссорился со своими двумя соседями. Чтобы продолжить путешествие, им надо переправиться через реку в двухместной лодке. Каждый из мушкетеров отказывается оставаться вдвоём на берегу или быть в лодке с тем, с кем он в ссоре. Могут ли они все переправиться?
3. Можно ли записать натуральные числа от 1 до 80 в одну строчку так, чтобы разность любых двух соседних была не меньше 40?
4. Каждый мальчик съел по одной груше, пяти сливам и трем яблокам, каждая девочка съела по пяти грушам, трем сливам и четырем яблокам. Всего дети съели 240 слив и груш вместе взятых. Сколько яблок съели дети?
5. В 5 классе все ученики делятся на правдолюбов, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда лгут. Однажды шестиклассник Вася встретил трех пятиклассников и спросил каждого из них, сколько среди его спутников правдолюбов. Артем ответил: «Ни одного». Егор сказал: «Один». Что ответил Тимофей?

#### 5 класс

1. В магазине выстроилась очередь за новыми айфонами. Затем между каждыми двумя людьми, стоящими в очереди, влезло по человеку. Затем — по два человека. Затем — по три. Сколько же было человек в самой первой очереди, если всего за айфонами в итоге пришло 49 человек?
2. Пятиклассник Иванов умеет только умножать на два или переставлять произвольным образом цифры в числе (при условии, что на первом месте не окажется ноль). Сможет ли он получить из единицы число 74?
3. В стране Семёрка 15 городов, каждый из которых соединён дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из каждого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города)
4. Есть пять батареек, из которых три заряжены, а две разряжены. Фотоаппарат работает от двух заряженных батареек. Покажите, как за четыре попытки можно гарантированно включить фотоаппарат.
5. У Мальвины были золотые колечки весом 1, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 12 и 16 граммов. Лиса Алиса и кот Базилио украли по 4 кольца, при этом Алисе досталось золота в 3 раза больше, чем Базилио. Какое кольцо осталось у Мальвины? Какие кольца украли кот?

#### 6 класс

1. Артём обычно делает работу за 6 часов. Но если он выпьет квасу, то выполняет работу за 3 часа. Артём начал выполнять работу в полдень, но в какой-то момент ему принесли квас, поэтому он закончил работу за 4 часа. В котором часу Артёму принесли квас?
2. Шестиклассник Иванов умеет только умножать на два или переставлять произвольным образом цифры в числе (при условии, что на первом месте не окажется ноль). Сможет ли он получить из единицы число 112?
3. На волшебной яблоне выросли 15 бананов и 20 апельсинов. Одновременно разрешается срывать один или два плода. Если сорвать один из плодов вырастет такой же, если сорвать сразу два одинаковых плода – вырастет апельсин, а если два разных – вырастет банан. а) В каком порядке надо срывать плоды, чтобы на яблоне остался ровно один плод? б) Можете ли вы определить, какой это будет плод?
4. В одной урне лежат два белых шара, в другой два чёрных, в третьей — один белый и один чёрный. На каждой урне висела табличка, указывающая её содержимое: ББ, ЧЧ, БЧ. Некто перевесил таблички так, что теперь каждая табличка указывает содержимое урны неправильно. Разрешается вынуть шар из любой урны, не заглядывая в неё. Какое наименьшее число извлечений потребуется, чтобы определить состав всех трёх урн.
5. Группа туристов делит печенье. Если они разделят поровну две одинаковые пачки, останется одно лишнее печенье. А если разделят поровну три такие же пачки, останется 13 лишних печений. Сколько туристов в группе?

#### Решения

##### 4 класс

1. Если в ящик добавить 12 яблок, на каждые два яблока будет приходиться 1 груша. Значит, на 12 добавленных яблок будет приходиться 6 груш. Если убрать эти 6 груш (и не добавлять яблоки), то на каждую из оставшихся груш будет приходиться 2 яблока, то есть яблок будет в 2 раза больше. Ответ: 6 груш.
2. Предположим, что первый мушкетер не поссорился со вторым, а третий – с четвертым. Тогда переправлять их можно так. Туда: 1 и 2; обратно 1; туда: 3 и 4; обратно 2; туда 1 и 2.
3. Можно: 41, 1, 42, 2, 43, 3, ...79, 39, 80, 40 (надо понять, что числа 40 и 41 должны стоять по краям, так как у них может быть только по одному соседу).
4. Для решения задачи надо заметить, что каждый ребенок съел яблок в 2 раза меньше, чем слив и груш вместе взятых. Это означает, что общее количество съеденных детьми яблок равно  $240:2=120$ .
5. Если Артем правдолюб, то Егор и Тимофей лжецы, но в этом случае Егор сказал правду. Значит, Артем лжец. То есть Егор с Тимофеем либо оба правдолюбы, либо один из них правдолюб, а второй лжец. Но если Егор лжец, то тогда Тимофей правдолюб и опять-таки Егор сказал правду. Значит Егор и Тимофей оба правдолюбы, поэтому Тимофей ответит: «Один».

#### 5 класс

1. Решаем задачу с конца. Если не считать последнего человека в очереди, то, помещая в каждый промежуток по 3 человека, мы увеличиваем очередь в 4 раза. Значит, перед последним увеличением там было  $(49-1):4+1=13$  человек. Тогда перед тем, как в каждый промежуток влезло по два человека, в очереди было  $(13-1):3+1=5$  человек. Теперь нетрудно понять, что вначале в очереди было  $(5-1):2+1=3$  человека
2. Из 1 можно получить только 2, из 2 – 4, из 4 – 8, из 8 – 16. Далее рассмотрим все возможные варианты, отбросив те, при которых получаются трехзначные числа: 1) 32; 64; 46; 92; 29; 58; 85 2) 32; 23; 46 – это уже было; 3) 61. Других вариантов нет, число 74 получить невозможно. Можно рассуждать по-другому: 74 можно получить только из 37 или 47, 37 только из 73, а 47 только из 74. Числа начали повторяться, поэтому получить их из каких-то других чисел не удастся.
3. Рассмотрим города А и В. Если они не соединены линией друг с другом, то есть 7 городов, с которыми соединен А и 7 городов, с которыми соединен В. Среди этих городов обязательно имеется один общий, так как иначе мы насчитаем 16 различных городов. С пересадкой в этом общем городе и можно совершить перелет из А в В.
4. Сначала вставим в фотоаппарат две произвольные батарейки, если он не заработает, то проверим 2 других. Если и в этот раз фотоаппарат не будет работать, то это будет означать, что в каждой паре имеется 1 хорошая батарейка и одна плохая. Кроме того, непроверенная батарейка является хорошей. Добавляем к этой пятой батарейке поочередно одну батарейку из первой пары. В одном случае мы обязательно получим две хороших батарейки.
5. Вес украденных колец обязательно должен делиться на 4. Так как вес всех колец равен 70 граммам, то для выполнения этого условия Мальвине надо оставить кольцо весом 6 граммов. При этом кот Базилио должен был украсть кольца весом 1, 3, 4 и 8 граммов (самые легкие среди украденных)

#### 6 класс

1. Попив квасу, Артем увеличивает производительность труда в 2 раза (и тратит соответственно на одну и ту же работу половину обычного времени). Ему удалось сэкономить два часа, значит, он два часа работал в ускоренном режиме, а два часа в обычном. То есть квас Артем попил в 14.00.
2. Число 112 можно получить только из числа 56, так как при перестановке цифр получается нечетное число, которое может быть получено лишь перестановкой цифр. 56 можно получить только из числа 28, к 28 можно прийти либо от 14, либо по цепочке  $14 - 41 - 82 - 28$ . При этом число 14 можно получить лишь из числа 7, которое невозможно получить из 1.
3. Нетрудно понять, что срывать по одному плоду бессмысленно, так как при этом ничего не меняется. Если же мы срываем по два плода, количество плодов уменьшается на 1 и рано или поздно станет равным 1. При этом количество бананов каждый раз либо остается прежним, либо уменьшается на 2. Так как первоначально количество бананов было нечетным, то оно всегда будет оставаться нечетным, то есть последний плод обязательно будет бананом.
4. Достанем шар из урны, на которой написано БЧ. Мы знаем, что эта надпись неправильная, поэтому в урне лежат два шара одного цвета. Допустим, что взятый нами шар белый, тогда и второй шар тоже белый. Но тогда в урне, на которой написано ЧЧ, могут лежать только шары разного цвета (иначе надпись будет правильной). То есть два черных шара лежат в урне, на которой написано ББ. Таким образом, для решения задачи достаточно извлечь 1 шар.
5. Возьмем 6 пачек печенья. Если разделить эти пачки на 3 пары и раздать печенье из каждой пары так, как в 1 случае, то останется 3 лишних. Если разделить 6 пачек на две тройки и раздать печенье, как во втором случае, то останется 26 печений. При этом понятно, что  $26-3=23$  печенья можно раздать. Это означает, что туристов 23 человека.